

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Тамбовский государственный университет имени Г.Р. Державина»
Институт экономики, управления и сервиса
Кафедра функционального анализа

УТВЕРЖДАЮ:
Директор института



Е. Ю. Меркулова
«20» января 2021 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

по дисциплине Б1.Б.9 Математика

Направление подготовки/специальность: 38.03.06 - Торговое дело

Профиль/направленность/специализация: Логистика в торговой деятельности

Уровень высшего образования: бакалавриат

Квалификация: Бакалавр

год набора: 2019

Автор программы:

Кандидат физико-математических наук, Переславцева Оксана Николаевна

Рабочая программа составлена в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 38.03.06 - Торговое дело (уровень бакалавриата) (приказ Министерства образования и науки РФ от «12» ноября 2015 г. № 1334).

Рабочая программа принята на заседании Кафедры функционального анализа «11» января 2021 г. Протокол № 5

Рассмотрена и одобрена на заседании Ученого совета Института экономики, управления и сервиса, Протокол от «20» января 2021 г. № 5.

СОДЕРЖАНИЕ

1. дисциплины.....	4
2. бакалавра.....	5
3. дисциплины.....	5
4. средства.....	13
5. (модуля).....	18
6. дисциплины.....	20
7. профессиональные базы данных и информационные справочные системы.....	21

1. Цели и задачи дисциплины

1.1 Цель дисциплины – формирование компетенций:

ОК-9 Владение культурой мышления, способность к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей ее достижения

ОПК-2 Способность применять основные методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования; владение математическим аппаратом при решении профессиональных проблем

1.2 Виды и задачи профессиональной деятельности по дисциплине:

- логистическая
- организационно-управленческая
- торгово-технологическая

1.3 В результате освоения дисциплины у обучающихся должны быть сформированы следующие компетенции:

Обобщенные трудовые функции / трудовые функции / трудовые или профессиональные действия (при наличии профстандарта)	Код и наименование компетенции ФГОС ВО, необходимой для формирования трудового или профессионального действия	Знания и умения, необходимые для формирования трудового действия / компетенции
	ОК-9 Владение культурой мышления, способность к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей ее достижения	Знает и понимает: знать характеристику процессов сбора, передачи, обработки и накопления информации
		Умеет (способен продемонстрировать): уметь находить, анализировать и оценивать информацию, необходимую для организации коммерческой деятельности, а также применять на практике, полученные знания
		Владеет: владеть средствами реализации информационных процессов, умением и навыками документационного и информационного обеспечения коммерческой деятельности
	ОПК-2 Способность применять основные методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования; владение математическим аппаратом при решении профессиональных проблем	Знает и понимает: знать математический аппарат, необходимый для решения экономических и логистических задач
		Умеет (способен продемонстрировать): уметь решать трудоемкие прикладные экономико-математические задачи с помощью компь-ютерных технологий
		Владеет: владеть навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач

1.4 Согласование междисциплинарных связей дисциплин, обеспечивающих освоение компетенций:

ОК-9 Владение культурой мышления, способность к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей ее достижения

№ п/п	Наименование дисциплин, определяющих междисциплинарные связи	Форма обучения
		Заочная (семестр)

	междисциплинарные связи	1	2	3	4	5	8
1	Информатика	+					
2	Информационное обеспечение торговой деятельности			+			
3	Коммерческая деятельность		+				
4	Стратегическое управление торговой организацией				+	+	
5	Управление цепями поставок						+
6	Экономические основы логистики		+				

ОПК-2 Способность применять основные методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования; владение математическим аппаратом при решении профессиональных проблем

№ п/п	Наименование дисциплин, определяющих междисциплинарные связи	Форма обучения		
		Заочная (семестр)		
		3	4	5
1	Практика по получению первичных профессиональных умений и навыков, в том числе первичных умений и навыков научно-исследовательской деятельности			+
2	Сбытовая логистика	+		
3	Управление и моделирование логистических процессов		+	

2. Место дисциплины в структуре ОП бакалавриата:

Дисциплина «Математика» относится к базовой части учебного плана ОП по направлению подготовки 38.03.06 - Торговое дело.

Дисциплина «Математика» изучается в 1 семестре.

3. Объем и содержание дисциплины

3.1. Объем дисциплины: 6 з.е.

Заочная: 6 з.е.

Вид учебной работы	Заочная (всего часов)
Общая трудоёмкость дисциплины	216

Контактная работа	22
Лекции (Лекции)	10
Практические (Практ. раб.)	12
Самостоятельная работа (СР)	185
Экзамен	9

3.2.Содержание курса:

№ темы	Название раздела/темы	Вид учебной работы, час.			Формы текущего контроля
		Лек ции	Пра кт. раб.	СР	
		3	3	3	
1 семестр					
1	Матрицы и системы	1	2	30	Контрольная работа
2	Введение в анализ.	1	2	31	Контрольная работа; Решение задач
3	Дифференциально е исчисление.	2	2	31	Контрольная работа; Решение задач
4	Интегральное исчисление	2	2	31	Контрольная работа
5	Функции нескольких переменных. Экстремум функции многих переменных	2	2	31	Контрольная работа
6	Аналитическая геометрия	2	2	31	Контрольная работа

Тема 1. Матрицы и системы (ОПК-2)

Лекция.

Матрицы: определение, квадратная матрица, главная и побочная диагонали, нулевая матрица, единичная матрица, треугольный вид матрицы. Транспонирование матрицы. Операции над матрицами (сложение и вычитание матриц, умножение матрицы на число, умножение матриц) и их свойства. Определение обратной матрицы. Определители второго порядка. Определители третьего порядка. Метод треугольников для вычисления определителя третьего порядка. Вычисление определителей высших порядков: метод элементарных преобразований, метод разложения по строке или столбцу. Свойства определителей. Невырожденные матрицы. Миноры $n-1$ -го порядка и алгебраические дополнения. Миноры k -го порядка. Ранг матрицы. Метод окаймляющих миноров для вычисления ранга матрицы. Метод элементарных преобразований для вычисления ранга матрицы. Эквивалентные (подобные) матрицы. Присоединенная матрица. Обратная матрица. Вычисление обратной матрицы с помощью присоединенной. Вычисление обратной матрицы с помощью метода элементарных преобразований. Матричные уравнения. Системы линейных уравнений. Совместные, несовместные, определенные, неопределенные системы. Матричная запись системы линейных уравнений. Теорема Кронекера – Капелли. Однородные системы уравнений. Решение систем линейных уравнений. Общее решение системы уравнений. Фундаментальная система решений. Метод Крамера. Матричный способ. Метод Гаусса.

Практическое занятие.

Примерные задания:

1. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}$.
2. При каком значении определитель $\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 4\alpha - 2 \end{vmatrix}$ равен нулю?
3. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}$.
4. Разложите определитель $\begin{vmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -8 \\ 3 & 2 & -1 \end{vmatrix}$ по элементам первой строки.
5. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$. Найдите алгебраическое дополнение элемента $a_{21} = 5$.
6. Найдите $A + B$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$.
7. Найдите $C = A \cdot B$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$.
8. Пусть (x_0, y_0) – решение системы линейных уравнений $\begin{cases} x - 3y = 1, \\ -3x + y = -1. \end{cases}$ найдите $x_0 \cdot y_0$.
9. Дана система линейных уравнений $\begin{cases} 2x - 5y = 1, \\ ax + 5y = -2. \end{cases}$ При каком значении система не имеет решений?

Задания для самостоятельной работы.

1. Запишите матрицы A , B и C размерности 4×4 с целыми коэффициентами.

Вычислите

а) $2A + 3B$,

б) A в квадрате,

в) $A \cdot B$ и $B \cdot A$. Верно ли, что $A \cdot B = B \cdot A$?

2. Запишите числовые матрицы: A размерности 2×2 , B размерности 3×3 , C размерности 4×4 .

а) Вычислите определители матриц A , B и C .

б) миноры и алгебраические дополнения матрицы B .

3. Задайте числовую невырожденную матрицу A порядка 3×3 . Найдите ранг матрицы A с помощью приведения к ступенчатому виду. Вычислите присоединенную матрицу для матрицы A . Найдите обратную матрицу к A с помощью присоединенной матрицы. Найдите обратную матрицу к матрице A с помощью метода элементарных преобразований.

4. Задайте числовую невырожденную матрицу B , не равную A , порядка 3×3 . Решите уравнения $AX=B$ и $XA=B$.

5. Задайте невырожденную матрицу A размерности 4×4 , вектор размерности 1×4 .

№1. Решите систему линейных уравнений $AX=B$ методом Крамера и матричным методом.

№2. Найдите общее решение и фундаментальное решение системы $AX=B$ с помощью метода исключения неизвестных (метода Гаусса).

№3. Решите матричное уравнение $XA=B$.

6. Вычисления проверьте в системе компьютерной алгебры Mathpar

<http://mathpar.cloud.unihub.ru>

Лекция.

Функции и их свойства: определение функции, область определения и область значений функции, четность функции, возрастающие, убывающие, невозрастающие, неубывающие, монотонные функции, периодические функции, ограниченные функции. Основные элементарные функции: степенная, показательная, логарифмическая, тригонометрические и обратные тригонометрические функции. Суперпозиция функций или сложная функция. Элементарные функции. Примеры элементарных функций: многочлен, рациональная функция, иррациональная функция, гиперболические функции. Предел функции в точке. Предел функции на бесконечности. Теоремы о предельном переходе. Неопределенности. Некоторые методы раскрытия неопределенностей. Замечательные пределы. Асимптотическое сравнение функций. Непрерывность функции. Точки разрыва.

Практическое занятие.

Примерные задания:

1. Вычислите пределы

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - x + 1}{x^2 + 2x - 5}, \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2 - x + 10}{x^2 + 2x - 5}.$$

2. Определить количество точек из указанных $-0,1; 0; 0,2; 0,95; 1,05; 1,85$, которые принадлежат ε -окрестности точки $x = 1$ при $\varepsilon = 0,15$.

Задания для самостоятельной работы.

$$y = \frac{4}{1 + \sqrt{4 - x^2}}$$

1. Найти область определения функции
2. Найти пределы функций:

$$\text{а) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n - 5n^2 + 6n^3}{3n^3 - 4n + 1}$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 4x}{x}$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 + 5x - 7}{3x^2 - x - 2}$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x + 3}{2x + 1} \right)^{(x+1)}$$

Тема 3. Дифференциальное исчисление. (ОПК-2)

Лекция.

Определение производной. Производная суммы, произведения и частного. Производная элементарных функций. Производная сложной функции. Производная сложно-показательной функции. Производная обратной функции. Производная функции, заданной параметрически. Производная функции, заданной неявно. Геометрический смысл производной. Касательная к графику функции. Дифференциал и его связь с производной. Геометрический смысл дифференциала. Производные и дифференциалы высших порядков. Механический смысл производной. Основные теоремы дифференцирования. Исследование функций и построение графиков. Монотонность и экстремумы. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке. Выпуклость и вогнутость функции. Асимптоты графика.

Практическое занятие.

Примерные задания:

1. Найдите $\frac{dy}{dx}$, если

а) $y = e^{-x^2}$, б) $y = \sin^3 x$, в) $y = \operatorname{arctg} 5x$.

2. Найдите промежутки убывания функции $y = 2 - 3x + x^3$.

3. Найдите промежутки возрастания функции $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 1$.

4. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $y = \frac{9}{8} \operatorname{tg} x$ в точке $x=0$.

5. Найдите производную'' второго порядка функции $y = \cos(2x)$.

Задания для самостоятельной работы.

1. Найти y' , если:

$$\text{а) } y = (x^2 - 2) * \sin(x) + 2x \cos(x) \quad \text{б) } y = \frac{1}{x^2} + \frac{x^2}{x-1}$$

$$\text{в) } y = 2^{(3x^2)} + 3^{\operatorname{tg}(\sqrt{x})} \quad \text{г) } y = \arcsin\left(\frac{1}{3}x - \frac{2}{3}\right)$$

2. Построить график функции:

$$f(x) = \frac{x^2}{x-2}$$

Тема 4. Интегральное исчисление (ОК-9)

Лекция.

Неопределенный интеграл. Основные приемы интегрирования. Непосредственное интегрирование по таблице. Метод замены переменной. Метод интегрирования по частям. Постановка задачи интегрирования в конечном виде. Интегрирование рациональных выражений: интегрирование простых дробей, интегрирование рациональных функций. Интегрирование некоторых выражений, содержащих радикалы. Интегрирование тригонометрических выражений. Определенный интеграл. Несобственные интегралы.

Практическое занятие.

Примерные задания:

1. Найдите все первообразные функции $f(x) = \cos 3x$.

2. Укажите все верные утверждения (C – произвольная постоянная)

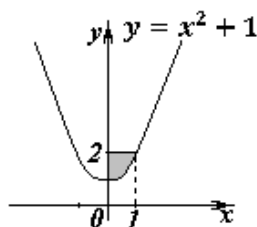
$$+ : \int 8 \ln x dx = 8 \int \ln x dx$$

$$+ : (\int (1 - 5x^2) dx)' = 1 - 5x^2$$

$$- : \int (x^2 + 9) \sin x dx = \int (x^2 + 9) dx \int \sin x dx$$

$$- : \int d(\cos x) = (\cos x)' + c$$

3. Каким интегралом определяется площадь фигуры, изображенной на рисунке?



$$+ : \int_0^1 (1 - x^2) dx \int_0^1 (1 - x^2) dx$$

$$- : \int_0^1 (2 - x^2) dx \int_0^1 (2 - x^2) dx$$

$$- : \int_0^2 (1 - x^2) dx \int_0^2 (1 - x^2) dx$$

$$- : \int_0^1 (x^2 + 1) dx \int_0^1 (x^2 + 1) dx$$

4. Запишите определенный интеграл, выражающий площадь треугольника с вершинами $(0; 0)$, $(2; 6)$, $(0; 6)$.

Задания для самостоятельной работы.

Вычислите интегралы:

1. $\int \frac{dx}{x^2+16}$
2. $\int (1 - \sin^2 x) dx$
3. $\int \sqrt[3]{x} dx$
4. $\int \sin(x) * \sin(5x) dx$
5. $\int \sin^3(x) * \cos(x) dx$
6. $\int \frac{2x^2+x-1}{x^3} dx$
7. $\int \frac{dx}{4x^2+9}$
8. $\int \frac{dx}{\sqrt{3x-x^2-2}}$
9. $\int (\sin(3x) + \cos(5x)) dx$
10. $\int \sin(x^2) x dx$

Тема 5. Функции нескольких переменных. Экстремум функции многих переменных (ОПК-2)

Лекция.

Понятие функции нескольких переменных. График функции. Предел функции n переменных. Непрерывность функции. Свойства пределов функции. Свойства непрерывных функций на множествах: аналоги теорем Вейерштрасса и Больцано–Коши. Равномерная непрерывность. Терема Кантора. Частные производные. Дифференцируемость функций многих переменных. Дифференциал. Геометрический смысл частных производных и дифференциала. Свойства дифференцируемых функций – связь непрерывности и дифференцируемости. Дифференцирование сложной функции, инвариантность формы дифференциала. Производная по направлению. Градиент, его свойства. Частные производные и дифференциалы высших порядков, теорема о равенстве смешанных производных. Формула Тейлора (Маклорена) для функций многих переменных. Понятие локального экстремума функции нескольких переменных. Необходимые и достаточные условия. Случай двух переменных. Метод наименьших квадратов. неявно заданные функции и отображения. Теоремы о разрешимости. Вычисление производных неявно заданных функций. Уравнения нормали и касательной плоскости к графику функции. Условный экстремум. Прямой метод отыскания условного экстремума. Метод неопределенных множителей Лагранжа. Необходимые и достаточные условия относительного экстремума. Задача о нахождении наименьшего и наибольшего значения функции в области.

Практическое занятие.

1. Понятие функции нескольких переменных, способы ее задания и изображения.
2. Частные и полное приращения функции двух переменных.
3. Частные производные первого порядка.
4. Производные высших порядков, смешанная производная.
5. Частные и полный дифференциалы.
6. Градиент.
7. Абсолютный экстремум функции двух переменных. Схема определения экстремумов.

Задания для самостоятельной работы.

1. Найти область определения функции $z = \frac{x^2 + 4xy - 3}{x + y - 5}$.
2. Найти область определения функции $f(x, y) = \sqrt{3y + 2}$.
3. Найти область определения функции и изобразить её на чертеже $z = \sqrt{3 - x^2 - y^2}$.
4. Найти и построить несколько линий уровня графика функции $z = (x - 2)^2 + (y - 1)^2$.
5. Найти и построить линии уровня графика функции $z = xy$ при $z = -2, z = 0, z = 1, z = 3$.
Охарактеризовать семейство $f(x, y) = C$ линий уровня и положение поверхности в пространстве.
6. Построить плоскость $z = 2x$.
7. Построить поверхность, заданную уравнением $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (a > b)$.
8. Найти предел функции
9. а) $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x^2 y}{x^2 + y^2}$, б) $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 1}} \frac{\sin xy - \sin xy^2}{xy - x}$.
10. Найти повторные пределы $\lim_{y \rightarrow 0} \lim_{x \rightarrow 0} f(x, y), \lim_{x \rightarrow 0} \lim_{y \rightarrow 0} f(x, y)$ для функции $f(x, y) = \frac{x^2 - y^3}{x^2 + y^2}$.

Тема 6. Аналитическая геометрия (ОПК-2)

Лекция.

Векторы. Линейные операции над векторами, их свойства. Линейные операции над векторами, заданными своими координатами. Скалярное произведение двух векторов и его свойства. Формула для вычисления скалярного произведения двух векторов, заданных своими координатами. Угол между векторами. Векторное произведение векторов. Определение и условия компланарности трех векторов. Смешанное произведение векторов. Линейная зависимость векторов. Система координат на плоскости. Основные понятия. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Уравнение прямой, проходящей через данную точку с данным угловым коэффициентом. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки. Нормальное уравнение прямой. Общее уравнение прямой. Координаты точки

Практическое занятие.

Примерные задания:

1. Даны точки $A(-3, 5)$ и $B(1, -3)$. Найти длину вектора \overline{AB} .
2. Найти скалярное произведение векторов $\vec{c} = -2\vec{a} + \vec{b}$ и $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$, если известно, что $|\vec{a}| = 4\sqrt{2}$, $|\vec{b}| = 8$, $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\pi}{4}$.
3. Выяснить, будут ли коллинеарны следующие векторы пространства:
4. а) $\vec{a}(1; 3; -5)$, $\vec{b}(2; -6; 5)$;
б) $\vec{c}(4; -2; 1)$, $\vec{d}(8; -4; 4)$
в) $\overline{KL}(2; 0; 3)$, $\overline{MN}\left(1; 0; \frac{3}{2}\right)$.
5. Найти $||-3\vec{a} \times 2\vec{b}||$, если $|\vec{a}| = \frac{1}{2}$, $|\vec{b}| = \frac{1}{6}$, $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\pi}{2}$.
6. Составить уравнение прямой по точке $M(1; 2)$ и направляющему вектору $\vec{p}(2; 1)$.
7. Прямая задана уравнением $c: x - y + 3 = 0$. Составить уравнение параллельной прямой, которая проходит через точку $M(1; -1)$.
8. Построить график линии, заданной уравнением $x^2 - 2y + y^2 - 3 = 0$.
9. Построить гиперболу, заданную уравнением $5x^2 - 4y^2 = 20$.
10. Составить уравнение множества точек, для каждой из которых квадрат расстояния до точки $K(2; 0)$ на 16 больше квадрата расстояния до оси ординат.
11. Привести уравнение линии второго порядка к каноническому виду $3x^2 + 10xy + 3y^2 - 2x - 14y - 13 = 0$.
12. Построить точку $S\left(3, -\frac{2\pi}{3}\right)$ в полярной системе координат.
13. Составить уравнение плоскости по точке $M(3; 0; -1)$ и двум неколлинеарным векторам $\vec{p}_1(2; 1; -3)$, $\vec{p}_2(0; -2; 6)$.
14. Составить уравнения прямой, проходящей через точки $M_1(2; -3; 6)$, $M_2(4; -3; -10)$.

Задания для самостоятельной работы.

1. Построить точки $A(3;5)$, $B(-4;2)$, $C(1;-3)$, $D(-2;2)$, $E(-6;0)$. Определить расстояние между точками A и E , C и B , D и B .
2. Найти точку, равноудаленную от точек $O(0;0)$, $A(-4;0)$, $B(0;8)$.
3. Построить точки по их полярным координатам: $A(3; \dots)$.
Найти полярные координаты точек $A(1;1)$, $B(2;0)$, $C(-3;3)$.
Какие из точек $A(2;0)$, $B(7;4)$, $C(3;2)$ лежат на прямой $y = 4/5 * x - 8/5$.
4. Записать уравнение прямой, проходящей через $M(x_0; y_0)$ с угловым коэффициентом r , если а) $M(1; 1)$, $r = 1$; б) $M(3; -2)$, $r = -1$.
5. Построить прямые: а) $x/3 + y/4 = 1$; б) $x/5 - y/7 = 1$; в) $x/9 - y/2 = 1$; г) $y/4 - x/6 = 1$.
6. Определить площадь треугольника, заключенного между осями координат и прямой $x/6 + y/3 = 1$.
7. Под каким углом пересекаются прямые $x - 2y - 2 = 0$ и $y = 1/2 * x + 3$.
8. Написать уравнение прямой, проходящей через $A(2;3)$ и параллельной прямой $y = 2x+5$.
9. Написать уравнение прямой, проходящей через $A(-3;2)$ и перпендикулярной прямой $7x + 4y - 11 = 0$.
10. Найти точку пересечения прямых: а) $4x - 2y - 4 = 0$ и $x + 3y - 5 = 0$; б) $7x - 9y + 15 = 0$ и $19x + 12y - 20 = 0$.
11. Определить координаты вершин треугольника, если даны уравнения его сторон $2x + 4y + 1 = 0$, $x - y + 2 = 0$ и $3x + 4y - 12 = 0$.
12. Через точку пересечения прямых $2x - y - 3 = 0$ и $x - 3y - 4 = 0$ проведена прямая, параллельная $x + y = 1$. Написать уравнение проведенной прямой.
13. Даны уравнения сторон треугольника: $x - 3y + 5 = 0$, $3x + 4y + 2 = 0$ и $5x - 2y - 14 = 0$.
Найти длину высоты, проведенной на сторону $3x + 4y + 2 = 0$.
14. Построить окружности: а) $(x + 3)^2 + (y - 2)^2 = 16$, б) $x^2 + (y - 4)^2 = 25$.
15. Найти уравнение окружности, касающейся оси Ox в начале координат и проходящей через точку $A(0; 8)$.
16. В параллелограмме $ABCD$ точки M и N -- середины AB и BC соответственно, вектор $a = \overrightarrow{AN}$, $b = \overrightarrow{AM}$. Выразите вектор \overrightarrow{BD} через векторы a и b .
17. Задайте векторы a , b , c координатами.
Найдите:
а) длину вектора a ;
б) вектор $4b - a$;
в) скалярное произведение векторов a и b , угол между ними;
г) коллинеарны ли векторы a и c ?
д) проекцию вектора c на вектор a ;
е) векторное произведение векторов a и b ;
ж) смешанное произведение векторов a , b , c ;
з) компланарны ли векторы a , b , c ?

4. Контроль знаний обучающихся и типовые оценочные средства

4.1. Распределение баллов:

Балльно-рейтинговые мероприятия не предусмотрены

4.2 Типовые оценочные средства текущего контроля

Контрольная работа

Тема 1. Матрицы и системы

Контрольная работа №1

1. Найти произведение двух матриц AB и BA , если это возможно.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 5 & 0 & -1 \end{pmatrix} B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$$

2. Вычислить определитель матрицы A

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & 1 & 2 \\ 0 & -3 & 1 \end{pmatrix}$$

3. Найти матрицу, обратную данной

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

4. Найти ранг матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 4 & -1 & 5 \\ 2 & -6 & -1 \end{pmatrix}$$

5. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 3, \\ 3x_1 + 5x_2 = 3. \end{cases}$$

6. Решить систему линейных уравнений методом Крамера

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 3, \\ 3x_1 + 5x_2 = 3. \end{cases}$$

7. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса. Найти общее решение. Найти фундаментальную систему решений.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 22, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 47, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 = 18. \end{cases}$$

Тема 2. Введение в анализ.**Контрольная работа №2.**

1. Вычислить пределы функций.

а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9x^5 - 4x^4 + 2}{3x^5 - 2x - 1}$;

б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 11x + 5}{x^2 - 7x + 10}$; $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x^2 - 11x + 5}{x^2 - 7x + 10}$;

в) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{5x+4}-3}{\sqrt{2x-1}-1}$;

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctg 3x}{4x}$;

д) $\lim_{x \rightarrow -\pi} \frac{\sin 2x}{x(\pi+x)}$;

е) $\lim_{x \rightarrow 2} (5 + 2x)^{\frac{5}{x+2}}$; $\lim_{x \rightarrow 0} (5 + 2x)^{\frac{5}{x+2}}$.

2. Дана функция $y = f(x)$ и два значения аргумента x .

1) Найти значение функции при стремлении аргумента к каждому из данных значений x ;

2) Определить, является ли функция непрерывной или разрывной при данных значениях x ;

3) Сделать схематический чертеж в окрестности точек x_1 и x_2 .

$y = e^{\frac{1}{x-7}}$, $x_1 = 7$, $x_2 = 0$.

3. Для кусочно-заданной функции $y = f(x)$

1) Найти точки разрыва функции, если они существуют;

2) Найти скачок функции в каждой точке разрыва;

3) Сделать схематический чертеж.

$$y = \begin{cases} x + 4, & \text{если } x < -1, \\ x^2 + 2, & \text{если } -1 \leq x < 1, \\ 2x, & \text{если } x \geq 1. \end{cases}$$

Тема 3. Дифференциальное исчисление.

Контрольная работа №3.

1. Найти производные

1) $y = 3x^2 + \sqrt[3]{x} - \frac{1}{x^2} + 3,$

2) $y = \sin x \cdot \arctg x,$

3) $y = \frac{\cos x}{x - \sqrt[3]{x^2}}$

4) $y = \sqrt[3]{\frac{1}{x^2 + 1}},$

5) $y = \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 x - \operatorname{tg} x + x,$

6) $y = \arccos \frac{2x-1}{\sqrt{3}}.$

2. Найти производные

1. $y = (1 + \ln \sin x)^2,$

2. $y = 2^{\frac{1}{\ln x}},$

3. $y = x \arctg \sqrt{x},$

4. $y = e^{\sin x},$

5. $y = \frac{e^x - e^{-x}}{2},$

6. $y = \operatorname{ctg} e^x.$

3. Найти $\frac{dy}{dx}$.

1) $x^3 + \arctg(e^y) + y(x-1) = 0,$

2) $\sin y = x + 3y.$

4. Найти $\frac{dy}{dx}$. $\begin{cases} x = 2t - t^2, \\ y = 3t - t^3. \end{cases}$

5. Найти $\frac{d^2y}{dx^2}$: $y = x \cos 2x$

6. Найти дифференциал функции: $y = \ln \frac{\operatorname{tg} x}{\sqrt{x}}$

7. Составить уравнения касательной и нормали к линии $y = x^2 - x + 1$ в точке с абсциссой $x = -1$.

Тема 4. Интегральное исчисление

Контрольная работа №4

1. Вычислить интегралы:

а) $\int \left(x^2 - 2x + \frac{3}{\sqrt{x}} \right) dx;$

б) $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}};$

в) $\int \frac{x^2}{(1+3x^3)^2} dx;$

2. г) $\int \frac{x}{1+3x^2} dx;$

д) $\int \frac{\cos x}{1-2\sin x} dx;$

е) $\int e^{-x^2} x dx;$

3. ж) $\int \sin 2x dx;$

з) $\int \left(\cos \frac{x}{3} + 1 \right) dx;$

и) $\int \frac{dx}{\sqrt{1-4x^2}};$

4. к) $\int \frac{3^x}{3^{2x}+1} dx;$

л) $\int \frac{dx}{x^2-2x+4};$

м) $\int x e^{-2x} dx;$

5. н) $\int x^2 \ln x dx;$

о) $\int \frac{2x-1}{x^2-3x+2} dx;$

п) $\int \frac{x^4+2}{x^3+3x} dx;$

6. р) $\int \frac{dx}{1+3^x \cos x};$

с) $\int \frac{\sqrt[6]{x}}{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}} dx;$

т) $\int \sin x \cos 2x dx;$

7. у) $\int \cos^2 x dx;$

ф) $\int (e^x + 2)^3 dx.$

2. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость:

а) $\int_e^\infty \frac{dx}{x \ln^3 x};$

б) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}.$

3. Вычислить:

а) площадь фигуры, ограниченной параболой: $y = \frac{x^2}{2} - x + 1$ и $y = -\frac{x^2}{2} + 3x + 6$;б) длину дуги кривой: $y = \ln x$ от точки с абсциссой $x_1 = \frac{3}{4}$ до точки $x_2 = 2,4$;4. Вычислить объем тела, полученного вращением вокруг оси OY фигуры, ограниченной гиперболой $y = \frac{6}{x}$, осью OY и прямыми $y = 1$ и $y = 6$.

Тема 5. Функции нескольких переменных. Экстремум функции многих переменных

Контрольная работа №5

1. Найти область определения функции и изобразить её на чертеже
 $z = \sqrt{3 - x^2 - y^2}$.
2. Найти и построить несколько линий уровня графика функции
 $z = (x - 2)^2 + (y - 1)^2$.
3. Построить плоскость $z = 2x$.
4. Построить поверхность, заданную уравнением $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (a > b)$.
5. Найти предел функции

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x^2 y}{x^2 + y^2}$$
.
6. Исследовать функцию $f(x, y)$ на непрерывность в точке $M_0(x_0; y_0)$

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{\cos x - \cos y}{x - y}, & \text{если } x - y \neq 0 \\ 0, & \text{если } x - y = 0 \end{cases} \quad M_0\left(\frac{1}{\pi}; \frac{1}{\pi}\right)$$
.
7. Найти частные производные первого и второго порядка функции $z = 2x^2y^3 + 3x^4 + 5y - 7$.
8. Найти производную функции $z = x - y$ в точке $M_0(0; 0)$ по направлению градиента.
9. Исследовать на экстремум функцию двух переменных
 $z = y\sqrt{x} - 2y^2 - x + 14y$.
10. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = f(x; y) = x^2 + 2xy - y^2 - 4x$ в ограниченной замкнутой области $D: y = 0, x = 3, x - y + 1 = 0$.

Тема 6. Аналитическая геометрия

Контрольная работа №6

1. Найти скалярное произведение векторов $\vec{c} = -2\vec{a} + \vec{b}$ и $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$, если известно, что $|\vec{a}| = 4\sqrt{2}$, $|\vec{b}| = 8$, $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\pi}{4}$.
2. Выяснить, будут ли коллинеарны следующие векторы пространства:
 $\vec{a}(1; 3; -5), \vec{b}(2; -6; 5)$.
3. Составить уравнение прямой по точке $M(1; 2)$ и направляющему вектору $\vec{P}(2; 1)$.
4. Привести уравнение линии второго порядка к каноническому виду
 $3x^2 + 10xy + 3y^2 - 2x - 14y - 13 = 0$.
5. Составить уравнение плоскости по точке $M(3; 0; -1)$ и двум неколлинеарным векторам $\vec{P}_1(2; 1; -3), \vec{P}_2(0; -2; 6)$.

Решение задач

Тема 2. Введение в анализ.

2. Определить количество точек из указанных $-0,1; 0; 0,2; 0,95; 1,05; 1,85$, которые принадлежат $\square\square$ -окрестности точки $\square\square=1$ при $\square\square=0,15$.

Тема 3. Дифференциальное исчисление.

3. Найдите промежутки возрастания функции $\square\square = \square\square^3 - 3\square\square^2 + 3\square\square + 1$.
4. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $\square\square = 98 \operatorname{tg} x$ в точке $x=0$.
5. Найдите производную $\square\square''$ второго порядка функции $\square\square = \cos(2\square\square)$.

4.3 Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в форме экзамена

Типовые вопросы экзамена (ОК-9, ОПК-2)

1. Матрицы. Основные понятия. Виды матриц. Линейные операции над матрицами. Умножение матриц.
2. Определители 2-го и 3-го порядков. Свойства определителей.
3. Вычисление определителей 4-го и высших порядков.
4. Алгебраические дополнения и миноры. Разложение определителей по элементам строки или столбца.
5. Присоединенная матрица. Обратная матрица. Способы вычисления обратной матрицы. Решение матричных уравнений.

Типовые задания для экзамена (ОК-9, ОПК-2)

1. Данную систему уравнений исследовать и решить тремя способами: а) по формулам Крамера; б) методом Гаусса; в) средствами матричного исчисления.
 1 вариант: $\begin{cases} 3x + 2y + z = 5, \\ 2x + 3y + z = 1, \\ 2x + y + 3z = 11. \end{cases}$ 2 вариант: $\begin{cases} x - 2y + 3z = 6, \\ 2x + 3y - 4z = 20, \\ 3x - 2y - 5z = 6. \end{cases}$
2. Найти указанные пределы, не пользуясь правилом Лопиталя:

а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 5x - 2}{2x^2 - x - 6};$ в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{\lg 2x};$	б) $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{5x^2 + 3x + 1}{4 - 2x - 9x^2};$ г) $\lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{2x + 3}{2x - 1} \right)^{\frac{1}{2x}}.$
--	--

4.4. Шкала оценивания промежуточной аттестации

Оценка	Компетенции	Дескрипторы (уровни) – основные признаки освоения (показатели достижения результата)
«отлично»	ОК-9	
	ОПК-2	
«хорошо»	ОК-9	
	ОПК-2	
«удовлетворительно»	ОК-9	
	ОПК-2	
«неудовлетворительно»	ОК-9	
	ОПК-2	

5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

5.1 Методические указания по организации самостоятельной работы обучающихся:

Приступая к изучению дисциплины, в первую очередь обучающимся необходимо ознакомиться со содержанием рабочей программы дисциплины (РПД), которая определяет содержание, объем, а также порядок преподавания учебной дисциплины, ее раздела, части.

Для самостоятельной работы важное значение имеют разделы «Объем и содержание дисциплины», «Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины» и «Материально-техническое обеспечение дисциплины, программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы».

В разделе «Объем и содержание дисциплины» указываются все разделы и темы изучаемой дисциплины, а также виды занятий и планируемый объем в академических часах.

В разделе «Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины» указана рекомендуемая основная и дополнительная литература.

В разделе «Материально-техническое обеспечение дисциплины, программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы» содержится перечень профессиональных баз данных и информационных справочных систем, необходимых для освоения дисциплины.

5.2 Рекомендации обучающимся по работе с теоретическими материалами по дисциплине

При изучении и проработке теоретического материала необходимо:

- просмотреть еще раз презентацию лекции в системе MOODLe, повторить законспектированный на лекционном занятии материал и дополнить его с учетом рекомендованной дополнительной литературы;
- при самостоятельном изучении теоретической темы сделать конспект, используя рекомендованные в РПД источники, профессиональные базы данных и информационные справочные системы;
- ответить на вопросы для самостоятельной работы, по теме представленные в пункте 3.2 РПД.
- при подготовке к текущему контролю использовать материалы фонда оценочных средств (ФОС).

5.3 Рекомендации по работе с научной и учебной литературой

Работа с основной и дополнительной литературой является главной формой самостоятельной работы и необходима при подготовке к устному опросу на семинарских занятиях, к дебатам, тестированию, экзамену. Она включает проработку лекционного материала и рекомендованных источников и литературы по тематике лекций.

Конспект лекции должен содержать реферативную запись основных вопросов лекции, в том числе с опорой на размещенные в системе MOODLe презентации, основных источников и литературы по темам, выводы по каждому вопросу. Конспект может быть выполнен в рамках распечатки выдачи презентаций лекций или в отдельной тетради по предмету. Он должен быть аккуратным, хорошо читаемым, не содержать не относящуюся к теме информацию или рисунки.

Конспекты научной литературы при самостоятельной подготовке к занятиям должны содержать ответы на каждый поставленный в теме вопрос, иметь ссылку на источник информации с обязательным указанием автора, названия и года издания используемой научной литературы. Конспект может быть опорным (содержать лишь основные ключевые позиции), но при этом позволяющим дать полный ответ по вопросу, может быть подробным. Объем конспекта определяется самим студентом.

В процессе работы с основной и дополнительной литературой студент может:

- делать записи по ходу чтения в виде простого или развернутого плана (создавать перечень основных вопросов, рассмотренных в источнике);
- составлять тезисы (цитирование наиболее важных мест статьи или монографии, короткое изложение основных мыслей автора);
- готовить аннотации (краткое обобщение основных вопросов работы);
- создавать конспекты (развернутые тезисы).

5.4. Рекомендации по подготовке к отдельным заданиям текущего контроля

Собеседование предполагает организацию беседы преподавателя со студентами по вопросам практического занятия с целью более обстоятельного выявления их знаний по определенному разделу, теме, проблеме и т.п. Все члены группы могут участвовать в обсуждении, добавлять информацию, дискутировать, задавать вопросы и т.д.

Устный опрос может применяться в различных формах: фронтальный, индивидуальный, комбинированный. Основные качества устного ответа подлежащего оценке:

- правильность ответа по содержанию;
- полнота и глубина ответа;
- сознательность ответа;
- логика изложения материала;
- рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи;
- своевременность и эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе;
- использование дополнительного материала;
- рациональность использования времени, отведенного на задание.

Устный опрос может сопровождаться презентацией, которая подготавливается по одному из вопросов практического занятия. При выступлении с презентацией необходимо обращать внимание на такие моменты как:

- содержание презентации: актуальность темы, полнота ее раскрытия, смысловое содержание, соответствие заявленной темы содержанию, соответствие методическим требованиям (цели, ссылки на ресурсы, соответствие содержания и литературы), практическая направленность, соответствие содержания заявленной форме, адекватность использования технических средств учебным задачам, последовательность и логичность презентуемого материала;
- оформление презентации: объем (оптимальное количество), дизайн (читаемость, наличие и соответствие графики и анимации, звуковое оформление, структурирование информации, соответствие заявленным требованиям), оригинальность оформления, эстетика, использование возможности программной среды, соответствие стандартам оформления;
- личностные качества: ораторские способности, соблюдение регламента, эмоциональность, умение ответить на вопросы, систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам программы;
- содержание выступления: логичность изложения материала, раскрытие темы, доступность изложения, эффективность применения средств ИКТ, способы и условия достижения результативности и эффективности для выполнения задач своей профессиональной или учебной деятельности, доказательность принимаемых решений, умение аргументировать свои заключения, выводы.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

6.1 Основная литература:

1. Кремер Н. Ш., Фридман М. Н., Путко Б. А., Тришин И. М. Высшая математика для экономического бакалавриата в 3 ч. Часть 1 : Учебник и практикум для вузов. - пер. и доп; 5-е изд.. - Москва: Юрайт, 2020. - 276 с. - Текст : электронный // ЭБС «ЮРАЙТ» [сайт]. - URL: <https://urait.ru/bcode/452112>
2. Кремер Н. Ш., Фридман М. Н., Путко Б. А., Тришин И. М. Высшая математика для экономического бакалавриата в 3 ч. Часть 2 : Учебник и практикум для вузов. - пер. и доп; 5-е изд.. - Москва: Юрайт, 2020. - 241 с. - Текст : электронный // ЭБС «ЮРАЙТ» [сайт]. - URL: <https://urait.ru/bcode/452113>
3. Кремер Н. Ш., Путко Б. А., Тришин И. М. Математический анализ в 2 ч. Часть 1 : Учебник и практикум для вузов. - Москва: Юрайт, 2020. - 244 с. - Текст : электронный // ЭБС «ЮРАЙТ» [сайт]. - URL: <https://urait.ru/bcode/451894>
4. Кремер Н. Ш., Фридман М. Н., Путко Б. А., Тришин И. М. Высшая математика для экономического бакалавриата в 3 ч. Часть 3 : Учебник и практикум для вузов. - пер. и доп; 5-е изд.. - Москва: Юрайт, 2020. - 418 с. - Текст : электронный // ЭБС «ЮРАЙТ» [сайт]. - URL: <https://urait.ru/bcode/452114>
5. Кремер Н. Ш., Фридман М. Н., Тришин И. М. Линейная алгебра : Учебник и практикум для вузов. - испр. и доп; 3-е изд.. - Москва: Юрайт, 2020. - 422 с. - Текст : электронный // ЭБС «ЮРАЙТ» [сайт]. - URL: <https://urait.ru/bcode/450038>
6. Кремер Н. Ш., Путко Б. А., Тришин И. М. Математический анализ в 2 ч. Часть 2 : Учебник и практикум для вузов. - Москва: Юрайт, 2020. - 389 с. - Текст : электронный // ЭБС «ЮРАЙТ» [сайт]. - URL: <https://urait.ru/bcode/451895>

6.2 Дополнительная литература:

1. Малугин В. А., Рощина Я. А. Линейная алгебра для экономистов. Учебник, практикум и сборник задач : - для вузов. - Москва: Юрайт, 2020. - 478 с. - Текст : электронный // ЭБС «ЮРАЙТ» [сайт]. - URL: <https://urait.ru/bcode/450583>
2. Малугин В. А. Математический анализ для экономического бакалавриата : Учебник и практикум. - пер. и доп; 3-е изд.. - Москва: Юрайт, 2019. - 557 с. - Текст : электронный // ЭБС «ЮРАЙТ» [сайт]. - URL: <https://urait.ru/bcode/425562>

6.3 Иные источники:

1. Портал «Гуманитарное образование» - <http://www.humanities.edu.ru>
2. Федеральный портал «Российское образование» - <http://www.edu.ru/>
3. 13. Федеральное хранилище «Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов» - <http://school-collection.edu.ru/>
4. Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки - <http://obrnadzor.gov.ru>
5. Портал по социально-гуманитарному и политологическому образованию - www.humanities.edu.ru

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины, программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Для проведения занятий по дисциплине необходимо следующее материально-техническое обеспечение: учебные аудитории для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, помещения для самостоятельной работы.

Учебные аудитории и помещения для самостоятельной работы укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Помещения для самостоятельной работы укомплектованы компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду Университета.

Для проведения занятий лекционного типа используются наборы демонстрационного оборудования, обеспечивающие тематические иллюстрации (проектор, ноутбук, экран/

Лицензионное программное обеспечение:

7-Zip 9.20

Kaspersky Endpoint Security для бизнеса - Стандартный Russian Edition. 1500-2499 Node 1 year Educational Renewal Licence

Adobe Reader XI (11.0.08) - Russian Adobe Systems Incorporated 10.11.2014 187,00 MB 11.0.08

Операционная система Microsoft Windows 10

Microsoft Office Профессиональный плюс 2007

Профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

1. Юрайт: электронно-библиотечная система. – URL: <https://urait.ru>
2. Электронный каталог Фундаментальной библиотеки ТГУ. – URL: <http://biblio.tsutmb.ru/elektronnyij-katalog>
3. ЭБС «Университетская библиотека онлайн» . – URL: <http://www.biblioclub.ru>
4. Президентская библиотека имени Б.Н. Ельцина. – URL: <https://www.prilib.ru>
5. Научная электронная библиотека eLIBRARY.ru. – URL: <https://elibrary.ru>
6. Консультант студента. Гуманитарные науки: электронно-библиотечная система. – URL: <https://www.studentlibrary.ru>

Электронная информационно-образовательная среда

https://auth.tsutmb.ru/authorize?response_type=code&client_id=moodle&state=xyz

Взаимодействие преподавателя и студента в процессе обучения осуществляется посредством мультимедийных, гипертекстовых, сетевых, телекоммуникационных технологий, используемых в электронной информационно-образовательной среде университета.